

# **PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ**

## **FACULTAD DE CIENCIAS E INGENIERÍA**



### **METODOLOGÍA PARA ESTIMAR LA VELOCIDAD ANGULAR DE UN MOTOR DE INDUCCIÓN INSTALADO EN UN VEHÍCULO ELÉCTRICO**

Tesis para optar el Título de Ingeniero Electrónico, que presenta el bachiller:

**José Carlos Sabana Padilla**

ASESOR: Dr. Javier Sotomayor Moriano

**Lima, noviembre del 2018**

## **AGRADECIMIENTOS**

Quiero agradecer en primer lugar a mi familia por ser un gran aliento en esta gran meta trazada y por su apoyo durante todas las horas invertidas para la realización de este trabajo: a Janella, José Gabriel y Micaela. También a mis padres Jorge y Liliana por haberme dado el ejemplo y uno de los mejores regalos que puede alguien recibir en la vida: la educación.

Por otro lado, quiero agradecer a mis profesores que con su paciencia, dedicación y experiencia ayudaron a motivar y crecer profesional y personalmente.



## RESUMEN

La presente tesis presenta una metodología para la estimación de la velocidad angular de un motor asíncrono trifásico, también llamado motor de inducción, instalado en un vehículo eléctrico. Debido a su eficiencia, robustez, bajo costo, mínimo mantenimiento y con la aparición de la estrategia de control vectorial (la cual aseguraba precisión en el control de velocidad con un adecuado torque), los motores de inducción se presentan como una alternativa conveniente para reemplazar a los motores de combustión interna en los vehículos, contribuyendo de esta manera a reducir la emisión de gases de efecto invernadero. En la búsqueda evitar añadir elementos adicionales al sistema de control, se han desarrollado metodologías que prescinden del uso de instrumentos de medición de velocidad utilizando un estimador de dicha variable.

Como estrategia de estimación se utilizará en principio un observador de Luenberger con el cual se determinará el flujo magnético del rotor, para luego diseñar un sistema adaptativo con modelo de referencia (MRAS) para estimar finalmente la velocidad. Al ser un sistema no lineal y multi-variable, la dinámica del motor se describe a través de un modelo de espacio estado. Luego de presentar los conceptos teóricos que respaldan esta metodología, se modelará este sistema y se simulará el comportamiento de las variables eléctricas a través de distintos patrones de velocidad y torque, propios de un vehículo de pasajeros. Finalmente se podrán apreciar en las gráficas de los errores de estimación, la eficacia de este algoritmo. Este trabajo busca no solo presentar un algoritmo eficiente en la estimación de la velocidad angular, sino que además sirva de referencia para futuros estudios que busquen optimizar estrategias de control mediante un modelamiento que represente de la forma más fidedigna posible la dinámica de un motor de inducción.

## TEMA DE TESIS PARA OPTAR EL TÍTULO DE INGENIERO ELECTRÓNICO

Título : Metodología para Estimar la Velocidad Angular de un Motor de Inducción Instalado en un Vehículo Eléctrico.  
Área : Control y Automatización  
Asesor : Dr. Javier Sotomayor M.  
Alumno : José Carlos Sabana Padilla  
Código : 19960806  
Fecha : 06/11/2017

#1421



### Descripción y Objetivos

En la actualidad, el empleo de vehículos eléctricos se viene expandiendo a escala global y en algunos países vienen desplazando a los vehículos con motores de combustión interna, lo cual contribuye a la reducción de emisión de gases contaminantes y protección del medioambiente. Para mejorar el funcionamiento de los vehículos eléctricos se requiere un efectivo control de su dinámica, para lo cual es necesario tener acceso a su variable de velocidad angular.

La presente tesis tiene como objetivo general, desarrollar una metodología para la estimación de la velocidad angular de un motor de inducción instalado en un vehículo eléctrico. A través del observador de Luenberger se realizará la estimación del flujo magnético del rotor, para luego diseñar un sistema adaptativo con modelo de referencia (MRAS) que permita estimar la velocidad angular.

En los objetivos específicos se describe la dinámica de un vehículo eléctrico, asimismo, se presentan los conceptos teóricos relacionados con la estimación de la velocidad angular de un motor de inducción instalado en un vehículo eléctrico. La metodología de estimación que se desarrolla esta basada en el método propuesto por Sbita Lassaâd y Ben Hamed Mouna. Para la realización de este método se emplea un modelo en espacio estado del motor de inducción de corriente alterna trifásico y se diseña un observador de Luenberger que permita estimar las variables de estado. Finalmente, se realizan pruebas de simulación del estimador de velocidad del motor de inducción propuesto, a fin de validar su funcionamiento.



MÁXIMO 80 PÁGINAS

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ  
FACULTAD DE CIENCIAS E INGENIERÍA

M. Sc. Ing. WILLY CARRERA SORIA  
Coordinador de la Especialidad de Ingeniería Electrónica

## TEMA DE TESIS PARA OPTAR EL TÍTULO DE INGENIERO ELECTRÓNICO

Título : Metodología para Estimar la Velocidad Angular de un Motor de Inducción Instalado en un Vehículo Eléctrico.

### Índice

#### Introducción

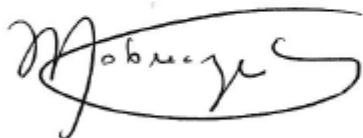
1. Descripción de la Dinámica de un Motor de Inducción.
2. Estimador de la Velocidad con MRAS y Observador de Luenberger.
3. Aplicación de un Estimador de Velocidad usando un MRAS basado en un Observador de Luemberger.
4. Simulación del Estimador de Velocidad de un Motor de Inducción en un Vehículo Eléctrico.

#### Conclusiones

#### Recomendaciones

#### Bibliografía

#### Anexos

A large, stylized handwritten signature in black ink.A small, stylized handwritten signature in black ink.

## INDICE

LISTAS DE FIGURAS .....	“
INTRODUCCIÓN .....	1
Capítulo 1. DESCRIPCIÓN DE LA DINÁMICA DEL UN MOTOR DE INDUCCIÓN .....	4
1.1. Introducción .....	4
1.2. Ejes de referencia directo-cuadratura (d-q) .....	5
1.3. Modelo dinámico con marco de ref. rotativo sincrónicamente. ....	10
Capítulo 2: ESTIMADOR DE VELOCIDAD CON MRAS Y OBSERVADOR DE LUENBERGER .....	12
2.1. Introducción .....	12
2.2. Modelo dinámico con marco de referencia estacionario .....	13
2.3. Observador de Luenberger .....	16
2.4. Objetivo de la Tesis .....	21
Capítulo 3: APLICACIÓN DE UN ESTIMADOR DE VELOCIDAD USANDO MRAS BASADO EN UN OBSERVADOR DE LUENBERGER.....	22
3.1. Introducción .....	22
3.2. Implementación del modelo del motor de inducción .....	26
3.3. Implementación del observador de Luenberger y de un MRAS. ....	37
Capítulo 4: SIMULACIÓN DEL ESTIMADOR DE VELOCIDAD DE UN MOTOR DE INDUCCIÓN EN UN VEHÍCULO ELÉCTRICO .....	30
4.1. Introducción .....	30
4.2. Pruebas de Simulación .....	31
4.3. Análisis del Resultado .....	35

CONCLUSIONES.....	37
RECOMENDACIONES.....	35
BIBLIOGRAFÍA .....	39



## LISTA DE FIGURAS

<i>Figura 1.</i> Circuito equivalente por fase de un motor asíncrono con transformador de acoplamiento .....	4
<i>Figura 2.</i> Representación de vector espacial mediante ejes ortogonales a, b y c.	6
<i>Figura 3.</i> Representación de vector espacial de dos ejes fijos $\alpha$ - $\beta$ del plano $\pi$ .	7
<i>Figura 4.</i> Representación de vector espacial de dos ejes rotativos $d^s, q^s$ ....	9
<i>Figura 5.</i> Estimación de la velocidad de un motor de inducción utilizando un MRAS .....	19
<i>Figura 6.</i> Diagrama de flujo para la estimación de la velocidad de un motor de inducción.....	25
<i>Figura 7.</i> Voltaje de alimentación (Alpha, Beta) .....	32
<i>Figura 8.</i> Torque del motor y torque de carga .....	33
<i>Figura 9.</i> Corriente del estator y flujo del rotor, estimada y real (Alpha, Beta).	34
<i>Figura 10.</i> Error entre la corriente estimada y la real (Alpha, Beta) .....	35
<i>Figura 11.</i> Velocidad angular estimada y real .....	36



# INTRODUCCIÓN

La presión a la que están sometidas las empresas para que asuman prácticas amigables con el medio ambiente está en aumento. Compañías de diferentes rubros invierten muchos recursos para cumplir con las cada vez más exigentes regulaciones impuestas por los estados, mejorando a la vez su imagen hacia sus clientes directos y en general hacia todos los grupos de interés. El sector automotriz es uno de los sectores económicos que mayor relación tiene con la contaminación atmosférica, por los gases de efecto invernadero que genera la combustión interna de sus motores. Tal como refiere (Rodríguez 2015), en los últimos años muchos fabricantes de autos vienen presentando iniciativas para hacer este negocio más sostenible. Prueba de ello es la aparición de modelos de vehículos que no dependen únicamente de motores de combustión, como los vehículos híbridos o los puramente eléctricos. Son muchos los factores que pueden ser determinantes para posicionar en poco tiempo este tipo de autos: la evolución de las baterías con una mayor autonomía y a un menor costo, altas eficiencias alcanzadas por estos motores en comparación a los de combustión, los avances en los sistemas de control de velocidad de motores eléctricos, entre otros.

Si bien muchas marcas de vehículos híbridos y eléctricos utilizan motores de corriente continua, fabricantes como Tesla o General Motor han apostado por motores de inducción de corriente alterna apoyados en la tecnología alcanzada en los sistemas de control de velocidad y torque. Como es sabido, para lograr un alto performance en el control de los motores de inducción es necesario realizar previamente un adecuado modelamiento, una correcta estimación de los parámetros internos del motor y de la retroalimentación de variables eléctricas y físicas, tales como la corriente estatórica y la velocidad angular del rotor. La inclusión de instrumentos de medición puede crear sobrecostos y distorsiones que terminen por

quitarle precisión a los sistemas de control. Es por ello que se han desarrollado diversos métodos para estimar variables, como la velocidad angular o el flujo magnético, los cuales vienen siendo aplicados con éxito en aplicaciones industriales como bombas, ventiladores, entre otros.

El objetivo de la tesis es presentar una metodología basada en un observador de Luenberger que permitirá la estimación del flujo magnético del rotor y la corriente del estator, para que luego con un sistema adaptativo basado en un modelo de referencia (MRAS), se logre estimar la velocidad angular del rotor. Dicho modelo fue presentado por (Sbita & Ben Hamed, 2007). Posterior a la revisión de los conceptos teóricos en los que se basa esta metodología y de las fórmulas relacionadas al modelamiento y el estimador, se realizará una simulación basada en un modelo de un motor de inducción trifásico con las características típicas (potencia, velocidad, parámetros internos) a los instalados en vehículos eléctricos, sometiendo a este modelo a un patrón de velocidad o “Driving Cycles” planteado por el estándar europeo ECR R15 lo cual permitirá mostrar el grado de eficacia de dicho algoritmo.

La presente tesis busca mejorar la eficiencia y el performance de los vehículos eléctricos, de tal manera que permita aumentar su ventaja competitiva frente a los autos con motores de combustión interna y contribuir de esta manera con el medio ambiente (al reducir las emisiones de gases contaminantes). Otra finalidad es brindar un mejor conocimiento del comportamiento dinámico de un motor de inducción con el propósito que ayude a futuras investigaciones que busquen optimizar el control de velocidad y torque en aplicaciones de vehículos eléctricos. La mayoría de estudios relacionados con motores de inducción están orientados a equipos industriales. Son muy pocas las investigaciones en aplicaciones de autos eléctricos. Es por ello que se centrarán los esfuerzos en validar que tan precisa es la

estimación de la velocidad angular de un motor de inducción en un vehículo eléctrico utilizando el modelo de (Sbita & Ben Hamed, 2007).

La situación actual o “estado del arte” en la estimación de la velocidad de los motores instalados en vehículos eléctricos se basan principalmente en dos tipos de tecnologías: los métodos expertos y los adaptativos recursivos. Los principales fabricantes de automóviles mantienen en reserva las metodologías que utilizan, las cuales son frutos de desarrollos propios y normalmente son patentados. Lo que actualmente se sabe de los algoritmos con mayor precisión se han podido encontrar en publicaciones de las principales revistas relacionadas con la ingeniería de control y automatización. De toda la información obtenida se puede concluir que no existe una sola tecnología que cumpla con las exigencias que define la dinámica del motor.

En el primer capítulo se analizará el modelo del motor de inducción en espacio-estado propuesto que permitirá aplicar la metodología de estimación y posteriormente realizar las simulaciones, tanto para condiciones de estado estable como para los transitorios. Para ello se revisarán las transformadas de coordenadas Clark y Park, las cuales permiten llevar el análisis al modelo D-Q y trabajar con variables ficticias similares a las de un motor de corriente continua. En el segundo capítulo se desarrollará la metodología de estimación de velocidad basada en un observador de Luenberger y en un sistema adaptativo basado en un modelo de referencia. En el tercer capítulo se implementará esta metodología en un programa realizado en MATLAB, para lo cual se plantea un diagrama de flujo y se definen los parámetros del motor que se tomarán en cuenta para la simulación. En el cuarto capítulo se mostrarán los resultados de las simulaciones y la respuesta de este modelo a diferentes condiciones de operación del vehículo. Por último, se presentarán las conclusiones y recomendaciones que se deriven del presente estudio.

## Capítulo 1

# DESCRIPCIÓN DE LA DINÁMICA DE UN MOTOR DE INDUCCIÓN

### 1.1. Introducción

Por muchos años los motores de inducción fueron utilizados en aplicaciones donde la velocidad de giro era prácticamente constante y el torque de la carga solo variaba durante el proceso de arranque. Los estudios relacionados con este tipo de motor estaban orientados a su comportamiento en estado estable, para lo cual el modelo utilizado era principalmente el *circuito equivalente aproximado por fase* (Sabana, 2012). A través de este modelo se realizaba: los cálculos de sus variables eléctricas, la determinación de sus parámetros internos, se hallaban las pérdidas eléctricas y magnéticas, entre otros. Tal como se puede apreciar en la figura 1, este circuito se basaba en el modelo utilizado para el estudio de transformadores de corriente alterna, por la similitud existente entre ambas máquinas de inducción, donde el estator es analizado como el lado primario y el rotor como el secundario.

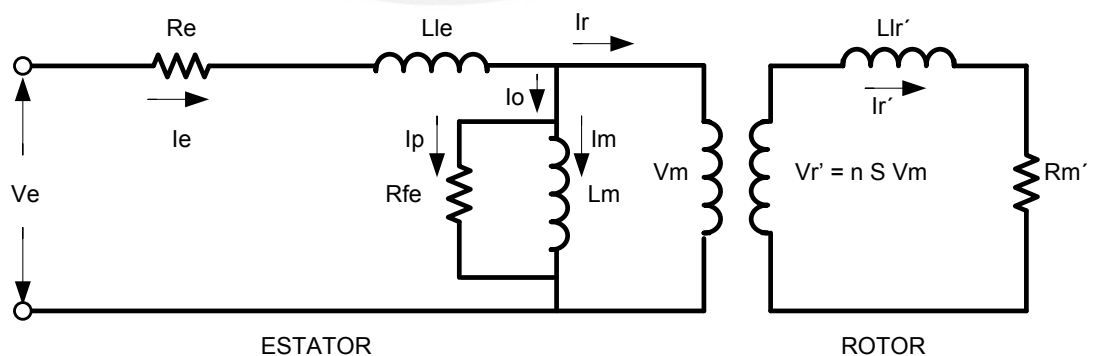


Figura 1. Circuito equivalente por fase de un motor asíncrono con transformador de acoplamiento

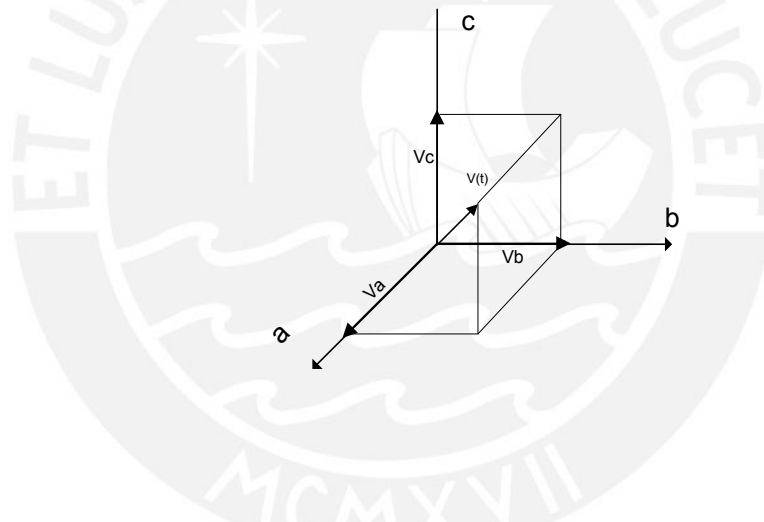
Sin embargo, este modelo estaba limitado al estudio en aplicaciones donde el motor operaba en condiciones estables y su comportamiento dinámico ante perturbaciones o cambios bruscos de velocidad y torque no eran trascendentes para el sistema en el cual trabajaba. Durante mucho tiempo fueron los motores de corriente continua los que dominaron el mercado en aplicaciones donde el control de velocidad y torque eran necesarios, como era el caso de la industria papelera, las imprentas, los sistemas de posicionamiento, etc. Como bien refiere (Leonhard,2008), la diferencia fundamental entre ambos tipos de motores era que la distribución entre la corriente de armadura y el flujo magnético principal es fija en el espacio en un motor de corriente continua y puede ser controlada en forma independiente, mientras que en un motor de inducción existe una fuerte dependencia entre ellas.

Es por ello que durante muchos años diversos estudios buscaron un nuevo modelo que permitiera un control de la velocidad y del torque del motor de corriente alterna por separado, donde además se tenga en cuenta los transitorios que se presenten en las variables de control. Otra ventaja del motor de corriente continua era que es un sistema lineal y por tanto muy fácil de controlar. En el año 1920 Robert H. Park planteó una nueva teoría, en la cual transformaba los tres bobinados del estator a dos bobinados ficticios dispuestos en cuadratura, similares a un motor de corriente continua, pero girando en sincronismo con el campo magnético del rotor. Ello fue el inicio de lo que posteriormente se llamó el *Modelo Dinámico d-q*, del cual se basa el *Control Vectorial*.

## **1.2. Ejes de referencia directo-cuadratura (d-q)**

Un motor de inducción es de por sí una máquina muy compleja de analizar y controlar, toda vez que resulta ser un sistema multi-variable, no lineal y con efectos de acoplamiento interno (Bose, 2002). Por estas consideraciones sería más que

complicado realizar un análisis de este motor en el dominio del tiempo a través de ecuaciones diferenciales. Es por ello que resulta conveniente un cambio de referencia donde sin perder las propiedades electromagnéticas originales permita desacoplar el sistema en componentes de velocidad y torque. Aun cuando no sea completamente simétrico, un sistema trifásico en función del tiempo se puede representar en el espacio mediante tres ejes ortogonales tal como se muestra en la figura 2. Para poder realizar una adecuada transformación del sistema de referencias original trifásico a uno bifásico es conveniente que el sistema original sea simétrico, sin componente homopolar, equilibrado y que esté conformado por señales sinusoidales según (Vernavá, Gibbons, Nachez, y Arias, 2008).



*Figura 2.* Representación de vector espacial mediante ejes ortogonales a, b y c.

Se establece un plano  $\pi$  perpendicular al componente homopolar  $H(t)$  en la dirección de simetría respecto a los ejes ortogonales a, b y c, el cual llamaremos eje “ $\gamma$ ”. Dentro de este plano se definen los ejes  $\alpha$  y  $\beta$  normales entre sí, donde el eje  $\alpha$  se define por la proyección perpendicular del eje “a” sobre el plano  $\pi$ . Si consideramos un sistema trifásico simétrico y equilibrado, la componente homopolar  $H(t)$  sería nula, en consecuencia, el vector espacial  $V(t)$  queda contenido en el plano

$\pi$ , tal como se muestra en la figura 3. Para sistemas que presenten señales sinusoidales (como un motor asíncrono), el vector  $V(t)$  describirá una trayectoria circular en el plano  $\pi$ , con una velocidad angular  $w$  constante (Sabana, 2012).

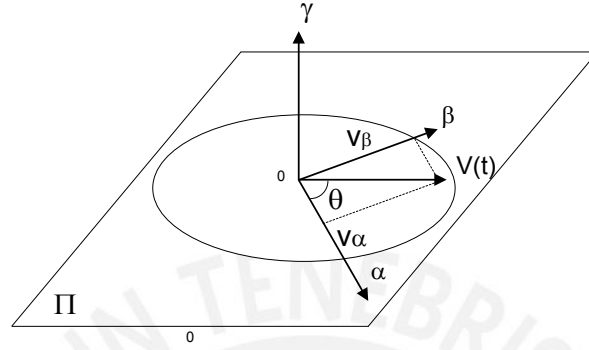


Figura 3. Representación de vector espacial de dos ejes fijos  $\alpha$ - $\beta$  del plano  $\pi$

En un sistema de ejes ortogonales (a,b,c), un voltaje trifásico de magnitud  $V_m$  es representado por la ecuación 1.1:

$$v(t) = \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_m \cos(wt) \\ V_m \cos(wt - 2\pi/3) \\ V_m \cos(wt - 4\pi/3) \end{bmatrix} \quad \text{con: } v_a + v_b + v_c = 0 \quad (1.1)$$

La manera de llevar este sistema ortogonal trifásico al sistema de ejes de referencias  $\alpha$  y  $\beta$ , es a través de la matriz de cambio de base  $T_{abc/\alpha\beta\gamma}$  como lo indican (Vernavá, Gibbons, Nachez, y Arias, 2008) con la ecuación 1.2, donde el componente homopolar en el eje  $\gamma$  es nulo. Para lograr que ambos sistemas posean la misma fuerza magneto-motriz (fmm), considerando que las corrientes en ambos sistemas de referencia difieren, los números de espiras de los bobinados de fase deben diferir en relación inversa a su corriente.

$$T_{abc/\alpha\beta\gamma} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

Donde  $\|T_{abc/\alpha\beta\gamma}\|=1$  y la matriz inversa  $T_{abc/\alpha\beta\gamma}^{-1} = T_{abc/\alpha\beta\gamma}^T$  por

lo tanto son matrices orto-normales, con lo cual :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \\ v_\gamma \end{bmatrix} &= T_{abc/\alpha\beta\gamma} \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} \\ &= \sqrt{\frac{2}{3}} V_m \frac{3}{2} \begin{bmatrix} \cos(wt) \\ \sin(wt) \\ 0 \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{3}{2}} V_m \begin{bmatrix} \cos(wt) \\ \sin(wt) \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1.3)$$

La ecuación 1.3 demuestra que el vector  $V(t)$  ubicado en el plano  $\pi$  y con ejes de referencia  $\alpha$  y  $\beta$ , posee una trayectoria circular tal como se muestra en la figura 3. Esto solo es factible cuando la componente homopolar sea nula, para lo cual la carga debería ser equilibrada. Hasta este momento los nuevos ejes de referencia son fijos, siendo el vector  $V(t)$  el que está en constante movimiento circular. Si se quiere este vector posea una referencia fija, se tendría que hacer girar ambos ejes en el plano  $\pi$  con la misma velocidad ( $w$ ) del vector y en torno al eje  $\gamma$ . A estos ejes rotantes los llamaremos “d” y “q”. De la misma manera que en la transformada anterior, se debe asegurar que la fuerza magneto-motriz se mantenga constante. Si definimos el ángulo  $\theta(t)$  como el movimiento de rotación de los ejes d y q respecto a los ejes fijos  $\alpha$  y  $\beta$ , la matriz de cambio  $T_{\alpha\beta\gamma/dq0}$  sería representada por la ecuación 1.4:

$$T_{\alpha\beta\gamma/dq0} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 0 \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ con } \|T_{\alpha\beta\gamma/dq0}\| = 1 \quad (1.4)$$



Donde al igual que en caso anterior  $T_{\alpha\beta\gamma/dq0}^{-1} = T_{\alpha\beta\gamma/dq0}^T$ , (Vernavá, Gibbons, Nachez, y Arias, 2008) indican que se cumplirá la ecuación 1.5 de transformación inversa:

$$\begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \\ v_\gamma \end{bmatrix} = [T]_{dq0/\alpha\beta\gamma} \begin{bmatrix} v_d \\ v_q \\ v_0 \end{bmatrix}$$

$$T_{dq0/\alpha\beta\gamma} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\text{sen}(\theta) & 0 \\ \text{sen}(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.5)$$

$$\text{con: } ||T_{dq0/\alpha\beta\gamma}|| = 1 \quad \text{y} \quad T_{dq0/\alpha\beta\gamma}^{-1} = T_{dq0/\alpha\beta\gamma}^T$$

A través de las matrices de las transformadas anteriormente definidas, se ha logrado convertir los valores de tensiones y corrientes variables en el tiempo en forma sinusoidal en un eje de referencia ortogonal y trifásico (a, b, c), a valores constantes en el eje de referencia d y q en régimen permanente; con lo cual el vector espacial queda transformado a un vector fijo respecto a los nuevos ejes. Dado que el sistema es simétrico y equilibrado, los tres planos referidos (abc,  $\alpha\beta\gamma$ , dq0) son coincidentes ya que la componente homopolar es nula para los tres casos, tal como se muestra en la figura 4.

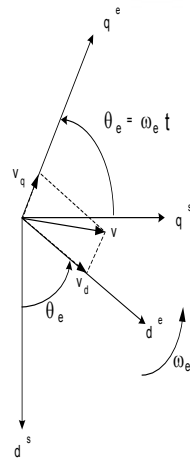


Figura 4. Representación de vector espacial de dos ejes rotativos  $d^e, q^e$

### 1.3. Modelo dinámico con marco de referencia rotativo sincrónicamente

Luego de haber establecido los nuevos sistemas de referencias, quedaría pendiente representar los circuitos del estator ( $d^s - q^s$ ) y del rotor ( $d^r - q^r$ ) en dichos ejes. Para el caso del sistema bajo un marco de referencia que rote a una velocidad de sincronismo  $w_e$  con respecto a los ejes  $d^s - q^s$ , donde  $\theta_e = w_e t$ , (aplicando las transformadas  $T_{abc/\alpha\beta\gamma}$  y  $T_{\alpha\beta\gamma/dq0}$ ), el motor de inducción se puede describir por las ecuaciones 1.6, 1.7, 1.8 y 1.9 (Bose. 2002):

$$v_{ds} = R_s i_{ds} + \frac{d}{dt} \varphi_{ds} - w_e \varphi_{qs} \quad (1.6)$$

$$v_{qs} = R_s i_{qs} + \frac{d}{dt} \varphi_{qs} - w_e \varphi_{ds} \quad (1.7)$$

$$v_{dr} = R_r i_{dr} + \frac{d}{dt} \varphi_{dr} - (w_e - w_r) \varphi_{qr} \quad (1.8)$$

$$v_{qr} = R_r i_{qr} + \frac{d}{dt} \varphi_{qr} + (w_e - w_r) \varphi_{dr} \quad (1.9)$$

Los últimos términos de las ecuaciones 1.8 y 1.9 pueden ser definidos como la fuerza electro-magnética (emf), la cual se debe a la rotación de los ejes. La principal ventaja de este modelo dinámico es que todas las variables aparecen en forma constante, lo cual lo hace conveniente para el control de velocidad y torque del motor asíncrono. Los valores de los flujos magnéticos pueden ser representados en base a las corrientes del estator y rotor en los ejes de referencia d y q:

$$\varphi_{qs} = L_{ls} i_{qs} + L_m (i_{qs} + i_{qr}) \quad (1.10)$$

$$\varphi_{qr} = L_{lr} i_{qr} + L_m (i_{qs} + i_{qr}) \quad (1.11)$$

$$\varphi_{qm} = L_m (i_{qs} + i_{qr}) \quad (1.12)$$

$$\varphi_{ds} = L_{ls} i_{ds} + L_m (i_{ds} + i_{dr}) \quad (1.13)$$

$$\varphi_{dr} = L_{lr} i_{dr} + L_m (i_{ds} + i_{dr}) \quad (1.14)$$

$$\varphi_{dm} = L_m (i_{ds} + i_{dr}) \quad (1.15)$$

La ecuación 1.16 es la representación matricial del modelo dinámico con marco de referencia rotativo resulta de la combinación de las ecuaciones 1.6 al 1.15 (Bose, 2002), siendo  $S$  es el operador de Laplace. Este sistema resultante se muestra como un sistema lineal de cuarto orden, siempre que la velocidad angular del rotor  $w_r$  sea asumida constante.

$$\begin{bmatrix} v_{qs} \\ v_{ds} \\ v_{qr} \\ v_{dr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + SL_s & w_s L_s & SL_m & w_s L_m \\ -w_s L_s & R_s + SL_s & -w_s L_m & SL_m \\ SL_m & (w_s - w_r) L_m & R_r + SL_r & (w_s - w_r) L_r \\ -(w_s - w_r) L_m & SL_m & -(w_s - w_r) L_r & R_r + SL_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \\ i_{qr} \\ i_{dr} \end{bmatrix} \quad (1.16)$$

Considerando que la velocidad angular es usualmente variable en el tiempo, se relaciona esta velocidad con el torque producido por el motor eléctrico a través de la ecuación 1.17 (Sbita & Ben Hamed, 2007), donde  $T_L$  representa el torque de carga a la cual está sometido el eje del motor,  $J$  la inercia del rotor y  $w_m$  la velocidad mecánica. El torque del motor eléctrico también puede ser expresado por la ecuación 1.18 (Leonhard, 2008) relacionándolo con el flujo magnético y la corriente. Finalmente, la ecuación 1.19 representa el torque en el modelo dinámico con marco de referencia rotativo.

$$T_e = T_L + J \frac{dw_m}{dt} = T_L + \frac{2}{p} J \frac{dw_r}{dt} \quad (1.17)$$

$$T_e = \frac{3}{2} \left( \frac{p}{2} \right) \overline{\varphi_m} * \overline{I_r} \quad (1.18)$$

$$T_e = \frac{3}{2} \left( \frac{p}{2} \right) (\varphi_{ds} i_{qs} - \varphi_{qs} i_{ds}) = \frac{3}{2} \left( \frac{p}{2} \right) L_m (i_{qs} i_{dr} - i_{ds} i_{dr}) \quad (1.19)$$

## Capítulo 2

# ESTIMADOR DE VELOCIDAD CON MRAS Y OBSERVADOR DE LUENBERGER

### 2.1. Introducción

Para poder realizar el control del motor asíncrono basado en el modelo descrito en el capítulo anterior, es necesario contar con los valores en tiempo real de las variables eléctricas, magnéticas y físicas que conforman las ecuaciones que definen su comportamiento dinámico. La precisión que obtendremos en el control de la velocidad de rotación como del torque estará relacionada con exactitud con la que midamos estas variables. La medición de valores como el voltaje de alimentación o la corriente del estator no implica mayor dificultad, toda vez que existe en el mercado diferentes modelos de instrumentos, con distintos precios y precisiones que se ajustan a nuestras necesidades. Sin embargo, la medición directa o indirecta de variables como el flujo magnético se vuelve más compleja, tanto por lo difícil de su montaje, el alto costo de los sensores y la falta de aseguramiento de una adecuada precisión en la medición. En muchas aplicaciones conocer el valor de la velocidad angular del rotor puede también resultar una tarea complicada.

Se dice que un sistema representado a través de espacio-estado es observable si es posible determinar el valor de una de sus variables a partir de la observación de una de las salidas de dicho sistema, tal como lo define (Ogata, 2003). Con la representación del motor asíncrono en espacio-estado, a través del modelo dinámico de la ecuación 1.16 u otro modelo, se podría determinar si el sistema resulta observable y así prescindir de la medición (directa o indirecta) de algunas de las variables de estado. En este capítulo se revisarán los conceptos teóricos del

observador de Luenberger de orden completo (con elección de una matriz de ganancia óptima y adaptativa) y de un sistema adaptativo basado en un modelo de referencia que permiten la estimación del flujo magnético y velocidad del rotor respectivamente, según la metodología planteada por (Sbita & Ben Hamed,2007).

Si bien en el capítulo anterior se repasaron los cálculos para determinar el modelo dinámico con marco de referencia rotativo sincrónicamente, en el cual se basa el control vectorial de velocidad y torque del motor asíncrono, para el caso de la estimación de la velocidad angular utilizaremos otro modelo dinámico considerando un marco de referencia estacionario de ejes de referencias  $\alpha$  y  $\beta$  (tal como se muestra en la figura 3) y que resultan de la transformación luego de aplicada la ecuación 1.3. Las variables de estado definidas para este modelo serán la corriente del estator y los flujos magnéticos del rotor representados en el nuevo sistema de referencia.

## 2.2. Modelo dinámico con marco de referencia estacionario

Si consideramos que la velocidad de sincronismo del modelo con marco de referencia rotativo es igual a cero ( $w_e = 0$ ), el sistema queda representado bajo un marco de referencia estacionario. A este sistema de referencia podríamos llegar utilizando la transformada  $T_{abc/\alpha\beta\gamma}$  (si contamos inicialmente con las variables definidas en el eje de referencia ortogonal a,b,c) o a través de la transformada inversa de  $T_{\alpha\beta\gamma/dq0}$  (si tuviésemos ya las variables definidas en el eje de bifásico rotativo d,q). Las ecuaciones 2.1, 2.2, 2.3 y 2.4 (Bose, 2002), definen el comportamiento del motor en este marco de referencia estacionario:

$$v_{\alpha s} = R_s i_{\alpha s} + \frac{d}{dt} \varphi_{\alpha s} \quad (2.1)$$

$$v_{\beta s} = R_s i_{\beta s} + \frac{d}{dt} \varphi_{\beta s} \quad (2.2)$$

$$0 = R_r i_{\alpha r} + \frac{d}{dt} \varphi_{\alpha r} + w_r \varphi_{\beta r} \quad (2.3)$$

$$0 = R_r i_{\beta r} + \frac{d}{dt} \varphi_{\beta r} + w_r \varphi_{\alpha r} \quad (2.4)$$

Cabe indicar que a diferencia del eje de referencia rotativo sincrónicamente, en estos ejes de referencia estacionarios las variables eléctricas y magnéticas aparecen como ondas sinusoidales, tanto de entrada como salida. Despejando de las ecuaciones 2.1, 2.2, 2.3 y 2.4 la derivada del flujo rotórico, y reemplazando luego la corriente estatórica con la ayuda de las ecuaciones del 1.10 al 1.15, se obtiene las fórmulas 2.5 y 2.6.

$$\frac{d}{dt}(i_{\alpha s}) = -\frac{(L_m^2 R_r + L_r^2 R_s)}{\sigma L_s L_r^2} i_{\alpha s} + \frac{L_m R_r}{\sigma L_s L_r^2} \varphi_{\alpha r} + \frac{L_m w_r}{\sigma L_s L_r} \varphi_{\beta r} + \frac{1}{\sigma L_s} v_{\alpha s} \quad (2.5)$$

$$\frac{d}{dt}(i_{\beta s}) = -\frac{(L_m^2 R_r + L_r^2 R_s)}{\sigma L_s L_r^2} i_{\beta s} - \frac{L_m w_r}{\sigma L_s L_r} \varphi_{\alpha r} + \frac{L_m R_r}{\sigma L_s L_r^2} \varphi_{\beta r} + \frac{1}{\sigma L_s} v_{\beta s} \quad (2.6)$$

Siendo la constante sigma  $\sigma = 1 - L_m^2 / L_s L_r$ . Dadas estas ecuaciones y, tal como lo adelantamos en la introducción del presente capítulo, considerando como variables de estado a las corrientes del estator y los flujos magnéticos del rotor representados en este sistema de referencia estacionario, la representación espacio-estado del motor de inducción sería la ecuación 2.7 (Sbita & Ben Hamed, 2007).

$$\frac{d}{dt}(X) = AX + BV_s \quad y_{(t)} = C x_{(t)} \quad (2.7)$$

$$X = [i_{\alpha s} i_{\beta s} \varphi_{\alpha r} \varphi_{\beta r}]^T$$

$$V_s = [v_{\alpha s} v_{\beta s} \ 0 \ 0]^T$$

$$A = \begin{bmatrix} -1/T_s & 0 & L_m/L'_s L_r \tau_r & w_r L_m/L'_s L_r \\ 0 & -1/T_s - w_r L_m/L'_s L_r & L_m/L'_s L_r \tau_r & 0 \\ L_m/\tau_r & 0 & -1/\tau_r & -w_r \\ 0 & L_m/\tau_r & w_r & -1/\tau_r \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1/\sigma L_s & 0 \\ 0 & 1/\sigma L_s \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Donde:  $R_s, R_r \rightarrow$  resistencia de estator y rotor (ohm)

$L_s, L_r \rightarrow$  auto inductancia estator y rotor (H)

$L_m \rightarrow$  inductancia mutua (H)

$\sigma \rightarrow$  coeficiente de fuga  $\sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r}$

$\tau_r \rightarrow$  constante de tiempo del rotor  $= \frac{L_r}{R_r}$

$w_r \rightarrow$  velocidad angular del rotor (rad/s)

$\frac{1}{T_s} = \frac{R_s + R_r (L_m/L_r)^2}{L'_s}$

$L'_s = \sigma L_s$

Al igual que en el modelo dinámico con marco de referencia rotativo, el torque producido por el motor eléctrico puede ser expresado en términos del flujo del rotor y de la corriente del estator, como se muestra en la ecuación 2.8. (Leonhard, 2008), relaciona el torque del motor eléctrico  $T_e$  con el torque de la carga  $T_L$  a través de la fórmula 2.9, siendo  $J$  el momento de inercia y  $w$  la velocidad de giro del rotor.

$$T_e = p * \vec{\varphi}_r * \vec{i}_s \quad (2.8)$$

$$J \frac{dw}{dt} = T_e - T_L \quad (2.9)$$

### 2.3. Observador de Luenberger

Tal como lo plantean (Kuo,1997), un sistema es completamente observable si cada variable de estado afecta a una de sus salidas. Dicho de otra manera, cualquiera de sus estados puede ser observado a partir de la medición de sus salidas. (Sbita & Ben Hamed,2007). Se propone un observador de Luenberger adaptativo de orden completo para la estimación del flujo del rotor y la corriente del estator, a través de las mediciones de la misma corriente y del voltaje del estator. Como se observa en la ecuación 2.10 (Sbita & Ben Hamed, 2007), es precisamente la diferencia entre la salida real del sistema y la salida observada ( $e(t)$ ) la que se multiplica por la matriz de ganancia de realimentación de Luenberger  $L$ , con lo cual se asegura la estabilidad del observador.  $\hat{X}$  y  $\hat{A}$  son las matrices estimadas de  $X$  y  $A$ .

$$\frac{d}{dt}(\hat{X}) = \hat{A}\hat{X} + BV_s + Le(t) \quad (2.10)$$

Si asumimos que la señal de velocidad  $w_r$  es una constante conocida (Sabana, 2012), la matriz  $A$  fuese de igual manera constante, al ser la velocidad un elemento de dicha matriz. Siendo la velocidad  $w_r$  en realidad una variable, la matriz estimada  $\hat{A}$  simboliza la matriz  $A$ , donde la velocidad angular es actualizada en cada iteración con un periodo de muestreo considerablemente menor a la constante de tiempo del sistema. De no ser así, es probable que exista una diferencia considerable entre el estado estimado y el estado real. La ecuación 2.11 muestra el error de estimación de estado, restando el modelo en espacio estado del motor con el modelo observado.

$$\frac{d}{dt}(e) = (A + LC)e + \Delta A\hat{X} \quad (2.11)$$



donde:  $e = X - \hat{X}$

$$\Delta A = \hat{A} - A = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{\Delta w_r j}{c} \\ 0 & \Delta w_r j \end{bmatrix}$$

$$\Delta w_r = \hat{w}_r - w_r, \quad j = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad y \quad c = \frac{\sigma L_s L_r}{L_m}$$

La ecuación diferencial del error 2.11 está compuesta por un elemento lineal  $((A + LC)e)$  y un elemento no-lineal  $(\Delta A \hat{X})$ . Para poder asegurar la estabilidad del sistema completo, la parte lineal de la ecuación debe ser estable y la parte no lineal debe converger a cero o a una cantidad de energía mínima, y según (Astrom & Wittenmark, 2008), esto último es alcanzado a través de la selección de una adecuada función de Lyapunov. Con el propósito de lograr la estabilidad del elemento lineal y mantener la exactitud en la estimación tanto para bajas como para altas velocidades, se debe elegir una matriz de ganancia  $L$  de tal manera que los polos de la matriz característica  $A-LC$  sean estable. Para ello resulta conveniente utilizar un algoritmo óptimo y adaptativo (Ogata, 2003), el cual esté basado en un regulador cuadrático lineal (LQR) que me permita modificar la matriz de ganancia para lograr una rápida convergencia y exactitud en la estimación de la corriente y el flujo. El principio de diseño del LQR es el siguiente:


$$I_m = \frac{1}{2} \int_0^\infty (X^T Q X + U^T R U) dt \quad (2.12)$$

Donde la matriz  $Q$  debe ser semi-definida positiva y la matriz  $R$  definida positiva. Si se define una constante ( $K$ ) como la ganancia de realimentación de elemento lineal, la cual debe permitir minimizar la performance del índice  $I_m$ , la

ecuación 2.13 permitirá minimizar  $I_m$  con respecto a esta constante  $K$ , siendo así considerada como una matriz óptima. Reemplazando el valor que asume  $K$  en la ecuación 2.12, la solución debe asegurar la estabilidad del sistema. A esta nueva ecuación resulta ser ecuación diferencial, a la cual se le puede dar la forma de una ecuación de Riccati (ecuación 2.14), donde  $P$  es la solución de esta ecuación de matriz reducida. Finalmente se elige a  $L = -R^{-1}B^TP$  como la ganancia del observador de Luenberger que garantice que la matriz  $A-LC$  sea estable.

$$K = -R^{-1}B^TP \quad (2.13)$$

$$PA + A^TP - PBR^{-1}B^TP + Q = 0 \quad (2.14)$$

Hasta el momento solo se ha logrado minimizar el error entre las variables de estado observadas y las reales, sin embargo el valor de la velocidad angular es aún desconocido. Para ello se utilizará un sistema adaptativo con modelo de referencia, donde el motor será considerado como el modelo de referencia y el sistema observado como un modelo de ajuste, tal como se puede observar en la figura 5. Como bien lo señala (Astrom & Wittenmark, 2008), es necesario obtener el error entre las salidas del modelo real y la salida del modelo observado para luego poder regular el mecanismo adaptativo y optimizar la estimación de velocidad . Para este caso, el voltaje de alimentación al estator sería la entrada para ambos modelos y la corriente del estator será la salida, siendo el error entre la corriente real y la estimada la variable que permite regular dicho mecanismo adaptativo. Existe dos maneras de ajustar los parámetros en un MRAS: usando el método gradiente (regla MIT) o aplicando la teoría de estabilidad.

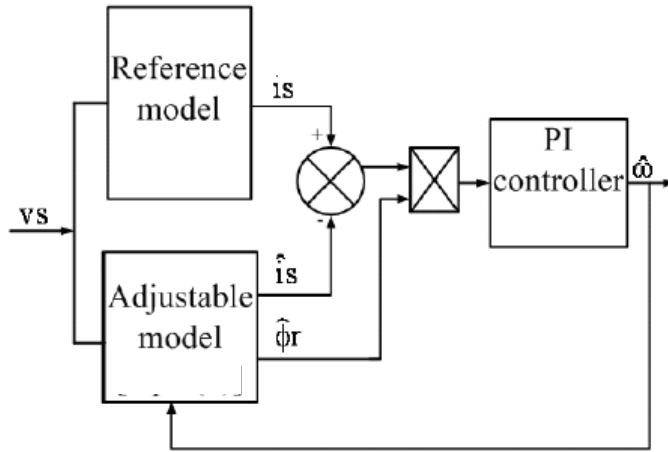


Figura 5. Estimación de la velocidad de un motor de inducción utilizando un MRAS

Volviendo a la ecuación 2.11, la manera de asegurar la estabilidad global del observador, habiendo ya logrado la estabilidad de la parte lineal, es buscando que la parte no lineal converja a cero o a una cantidad mínima de energía, con lo cual el sistema sería hiper-estable. Para este propósito aplicaremos el teorema de estabilidad de Lyapunov, donde se elige una función  $V$  definida positiva, de tal manera que su derivada sea semi-definida negativa. Si bien no existe un método universal que nos permita construir una adecuada función de Lyapunov, la recomendación de (Astrom & Wittenmark, 2008) es probar con una función cuadrática. (Bose, 2002) propuso la función descrita en la ecuación 2.15, con una constante  $\lambda$  positiva. La derivada de esta función la podemos apreciar en la ecuación 2.16.

$$V = e^T e + \frac{(\hat{w}_r - w_r)^2}{\lambda} \quad (2.15)$$

$$\frac{dV}{dt} = e^T [(A + LC)^T + (A + LC)] e - \frac{2\Delta w_r (e_{i_{\alpha s}} \hat{\varphi}_{\beta r} - e_{i_{\beta s}} \hat{\varphi}_{\alpha r})}{c} + \frac{2\Delta w_r}{\lambda} \frac{d\hat{w}_r}{dt} \quad (2.16)$$

$$\text{con: } e_{i_{\alpha s}} = i_{\alpha s} - \hat{i}_{\alpha s} \text{ y } e_{i_{\beta s}} = i_{\beta s} - \hat{i}_{\beta s}.$$

De la ecuación diferencial 2.16, se sabe que el primer término es semi-definido negativo, debido al valor de  $L = -R^{-1}B^TP$  establecido para lograr que la parte lineal de la ecuación 2.11 (la matriz  $A-LC$ ) sea estable. Si lo se logra que la suma entre el segundo y tercer término de la ecuación 2.16 sea cero, se estaría cumpliendo la condición de que la derivada de la función de Lyapunov  $V$  sea semi-definida negativa. De esta condición se deriva la ecuación 2.17 (Sbita & Ben Hamed, 2007), la cual representa un esquema de adaptación para la estimación de la velocidad a través de la aceleración.

$$\frac{d\widehat{w}_r}{dt} = \lambda(e_{i_{\alpha s}}\widehat{\varphi}_{\beta r} - e_{i_{\beta s}}\widehat{\varphi}_{\alpha r})/c \quad (2.17)$$

$$\widehat{w}_r = K_p(e_{i_{\alpha s}}\widehat{\varphi}_{\beta r} - e_{i_{\beta s}}\widehat{\varphi}_{\alpha r}) + K_i \int (e_{i_{\alpha s}}\widehat{\varphi}_{\beta r} - e_{i_{\beta s}}\widehat{\varphi}_{\alpha r}) dt \quad (2.18)$$

Sabiendo que la velocidad puede cambiar rápidamente, se propone el esquema adaptativo proporcional e integrativo de la ecuación 2.18, como resultado de integrar la aceleración angular de la ecuación 2.17. Este algoritmo de adaptación de la velocidad mejora en forma considerable la respuesta de la estimación, siempre que de elija adecuadamente tanto la constante proporcional  $K_p$  como la constante integrativa  $K_i$ . Luego de elegidas estas constantes, resulta que todos los términos de la ecuación 2.18 son conocidos, debido a que se cuenta con la medición directa de las corrientes del estator y la estimación de esta misma corriente y del flujo magnético del rotor, con lo cual se ha definido un algoritmo de estimación de la velocidad angular de un motor de inducción.

## **2.4. Objetivo de la Tesis**

### **Objetivo General**

La presente tesis tiene como objetivo general, implementar una metodología para la estimación de la velocidad angular de un motor de inducción instalado en un vehículo eléctrico.

### **Objetivos Específicos**

Describir una dinámica de un motor asíncrono trifásico y estudiar los conceptos teóricos relacionados con la estimación de la velocidad angular de este motor de inducción instalado en un vehículo eléctrico.

Revisar la metodología de estimación basada en el método propuesto por Sbita Lassaâd y Ben Hamed Mouna.

Implementar un observador de Luenberger que permita estimar las variables de estado, empleando un modelo de espacio estado del motor de inducción de corriente alterna trifásico.

Realizar pruebas de simulación del estimador de velocidad del motor de inducción propuesto, a fin de validar su funcionamiento.

## **Capítulo 3**

# **APLICACIÓN DE UN ESTIMADOR DE VELOCIDAD USANDO MRAS BASADO EN UN OBSERVADOR DE LUENBERGER**

### **3.1. Introducción**

Con todos los conceptos teóricos claramente definidos en los capítulos anteriores, nos quedaría simular el estimador de la velocidad angular utilizando un MRAS basado en observador de Luenberger, para luego en el siguiente capítulo evaluar su eficacia y precisión ante diferentes condiciones y perturbaciones que se pudieran presentar durante un funcionamiento normal. En la figura 6 se puede apreciar el diagrama de flujo que permitirá la implementación de los algoritmos revisados a través un programa que será escrito en lenguaje de bajo nivel. El programa será desarrollado y simulado en el software Matlab, para lo cual se establecerán un patrón del voltaje de alimentación del estator, cuya amplitud variará en forma proporcional con la frecuencia con el propósito de mantener un máximo torque a cualquier velocidad del motor de inducción. Si bien este comportamiento del voltaje de entrada responde a un control escalar, el cual está basado en una relación lineal voltaje-frecuencia, este programa podrá también ser simulado con otro tipo de voltaje de alimentación, como por ejemplo el de un control vectorial.

Antes de iniciar con la programación del algoritmo de estimación de la velocidad angular del motor de inducción trifásico (con rotor tipo jaula de ardilla), los parámetros internos deberían ser previamente conocidos. La presente tesis no incluye la medición, cálculo y/o estimación de dichos parámetros. En principio resulta necesario determinar cuáles serían los valores que asumirían las constantes o

pesos que nos permitirán lograr una adecuada precisión y exactitud en la estimación. Para el caso de los valores tanto de la matriz  $Q$  (diagonal  $4 \times 4$ ) como de  $R$  ( $1 \times 1$ ), sabemos de antemano que deberían ser positiva semi-definida y positiva definida respectivamente. Debemos recordar que estas matrices son los pesos del regulador cuadrático lineal (LQR) y multiplican al cuadrado del vector de estado y al cuadrado de la señal de entrada. Si bien no existe un método que me permita saber cuáles serían los valores de estos pesos que me aseguren un adecuado comportamiento de la ganancia variable del observador de Luenberger, conocer el valor de la amplitud del vector de estado (corriente y flujo magnético) puede servirnos para determinar la proporción de estos pesos.

Otras constantes con mucha relevancia al momento de optimizar la estimación son las constantes integrativa  $K_i$  y proporcional  $K_p$  de la ecuación 2.18. La constante integrativa permite mejorar el performance del seguimiento de la velocidad estimada versus la velocidad real, mientras que la constante proporcional ayuda en atenuar la sensibilidad ante ruidos. Al igual que en el caso de las matrices  $Q$  y  $R$ , no existe un método para hallar el valor de estos pesos, sin embargo, (Sbita & Ben Hamed, 2007) sugieren considerar valores de la constante integrativa altos para lograr un rápido seguimiento de la velocidad, mientras que recomiendan valores de la constante proporcional bajos para atenuar las señales de alta frecuencia proveniente de algún tipo de ruido. Se realizaron pruebas con valores de  $K_i$  que iban desde 10,000 hasta 100, y valores de  $K_p$  que iban desde 10 hasta 0.0001. Lo que vino después fue probar con diferentes combinaciones de valores de estos pesos y verificar la respuesta en las simulaciones.

```
q1 = input('Ingrese el peso q1 : ');
```

```
q2 = input('Ingrese el peso q2 : ');
```

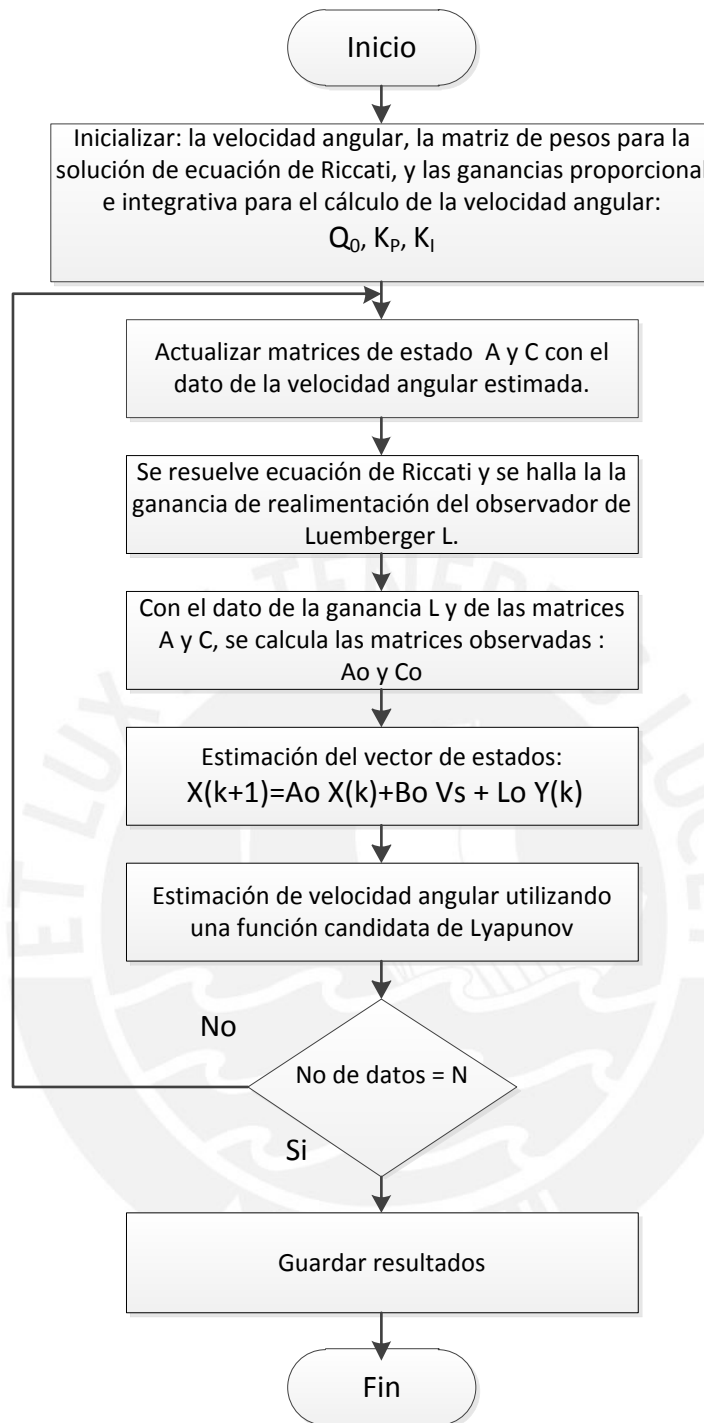
```

q3 = input('Ingrese el peso q3 : ');
q4 = input('Ingrese el peso q4 : ');
Q = diag([ q1 q2 q3 q4]);
Kp = input('Ingrese la constante proporcional (Kp) : ');
Ki = input('Ingrese la constante integrativa (Ki) : ');

```

Como se puede apreciar en la figura 6, el diagrama de flujo muestra los diferentes pasos que sigue esta metodología implementada, iniciando con el ingreso de los pesos y valores que permitirán minimizar los errores de estimación. Posteriormente se actualiza las matrices de estado teóricas A y C, con el valor de velocidad calculado en la iteración anterior. Luego se resuelve la ecuación de Riccati para con ello calcular la ganancia de realimentación L del observador de Luemberger. Con los valores de las matrices A, C y L, se calculan las matrices observadas Ao y Co. Paso siguiente se resuelve la ecuación de estado observada, hallando el valor del flujo del rotor que forma parte del vector de estado. Finalmente utilizando una función candidata de Lyapunov, se estima la velocidad del motor. En los diferentes puntos de este capítulo se describe a detalle la justificación y el fundamento teórico de cada algoritmo utilizado para la estimación final de la velocidad angular.





*Figura 6.* Diagrama de flujo para la estimación de la velocidad de un motor de inducción

### 3.2. Implementación del modelo del motor de inducción

Como se estableció en el capítulo 2.2, para la estimación de la velocidad angular utilizaremos el modelo dinámico del motor de inducción bajo un marco de referencia estacionario con ejes de referencias  $\alpha$  y  $\beta$ , representado por la ecuación 2.7. Para poder implementar el MRAS es necesario contar con el modelo real del motor, el cual servirá como modelo de referencia. Salvo el valor de la velocidad, todos los demás parámetros que conforman las matrices del modelo en espacio-estados son constantes previamente conocidas. Para poder hallar la velocidad variable teórica que desarrollará el motor, bajo las condiciones de voltaje de entrada que establezcamos, se utilizarán las fórmulas 2.8 y 2.9, las cuales relacionan el torque del motor eléctrico  $T_e$ , el torque de la carga  $T_L$  y la aceleración angular, para posteriormente integrando la ecuación de la aceleración, hallar la velocidad real del motor. Este último será incluido en el lazo de la figura 6.

$$\begin{aligned}a_{11} &= -(L_m * L_m * R_r + L_r * L_r * R_s) / (\alpha * L_s * L_r * L_r); \quad a_{12} = 0; \\a_{13} &= (L_m * R_r) / (\alpha * L_s * L_r * L_r); \quad a_{14} = (L_m * \omega_r * \text{polos}) / (\alpha * L_s * L_r); \\a_{21} &= 0; \quad a_{22} = -(L_m * L_m * R_r + L_r * L_r * R_s) / (\alpha * L_s * L_r * L_r); \\a_{23} &= -(L_m * \omega_r * \text{polos}) / (\alpha * L_s * L_r); \quad a_{24} = (L_m * R_r) / (\alpha * L_s * L_r * L_r); \\a_{31} &= L_m * R_r / L_r; \quad a_{32} = 0; \quad a_{33} = -R_r / L_r; \quad a_{34} = -\omega_r * \text{polos}; \\a_{41} &= 0; \quad a_{42} = L_m * R_r / L_r; \quad a_{43} = \omega_r * \text{polos}; \quad a_{44} = -R_r / L_r; \\A &= \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}; \\b_{11} &= 1 / (\alpha * L_s); \quad b_{12} = 0; \quad b_{21} = 0; \quad b_{22} = 1 / (\alpha * L_s); \\b_{31} &= 0; \quad b_{32} = 0; \quad b_{41} = 0; \quad b_{42} = 0;\end{aligned}$$

$$B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \\ b_{41} & b_{42} \end{bmatrix};$$

$$b_{21} \quad b_{22}$$

$$b_{31} \quad b_{32}$$

$$b_{41} \quad b_{42} \quad];$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad];$$

### 3.3. Implementación del observador de Luenberger y de un MRAS

Una vez establecidas las matrices que conforman el modelo espacio-estado del motor, se debe crear los vectores que representan los voltajes de entrada el cual someterá el modelo en el sistema de referencia de ejes  $\alpha$  y  $\beta$ . La forma del voltaje (amplitud y frecuencia), los parámetros internos del motor, el torque que desarrollará la carga y el tiempo de muestreo serán establecidos en el siguiente capítulo, cuando se simulen al motor instalado en un vehículo eléctrico. La actualización de las matrices del modelo de referencia (real) y del modelo ajustable, serán realizadas dentro del lazo de la figura 6, que terminará cuando se haya sometido al motor a todo el voltaje de entrada definido. Se debe tener en cuenta que todas las matrices incluidas en este algoritmo estarán en forma discreta. En el programa  $wx$  y  $wrh$  representan a la velocidad real y estimada. Las constantes de las formas  $a_{xx}$  y  $b_{xx}$  representan los elementos de las matrices A y B ( $A_k$  y  $B_k$  en forma digital):

$$a_{14} = (L_m * wx * polos) / (\alpha * L_s * L_r); \quad a_{23} = -(L_m * wx * polos) / (\alpha * L_s * L_r);$$

$$a_{34} = -wx * polos; \quad a_{43} = wx * polos;$$

$$A_k = \begin{bmatrix} 1+a_{11}*dt & a_{12}*dt & a_{13}*dt & a_{14}*dt \\ a_{21}*dt & 1+a_{22}*dt & a_{23}*dt & a_{24}*dt \\ a_{31}*dt & a_{32}*dt & 1+a_{33}*dt & a_{34}*dt \\ a_{41}*dt & a_{42}*dt & a_{43}*dt & 1+a_{44}*dt \end{bmatrix};$$

$$a_{21}*dt \quad 1+a_{22}*dt \quad a_{23}*dt \quad a_{24}*dt$$

$$a_{31}*dt \quad a_{32}*dt \quad 1+a_{33}*dt \quad a_{34}*dt$$

$$a_{41}*dt \quad a_{42}*dt \quad a_{43}*dt \quad 1+a_{44}*dt \quad];$$

$$B_k = \begin{bmatrix} b_{11} \cdot dt & b_{12} \cdot dt \\ b_{21} \cdot dt & b_{22} \cdot dt \\ b_{31} \cdot dt & b_{32} \cdot dt \\ b_{41} \cdot dt & b_{42} \cdot dt \end{bmatrix};$$

Para la actualización de las matrices observadas, en el capítulo 2.3 se estableció que se debe de contar con un observador adaptativo de orden completo, el cual está representado por la ecuación 2.10. Al igual que en la matriz característica del modelo teórico (real), la matriz observada  $A_h$  solo requiere actualizar los elementos que incluyen a la velocidad estimada (calculada en la iteración anterior del bucle), para posteriormente llevarla a su forma discretas. Luego se debe calcular la matriz de ganancia de realimentación de Luemberger  $L$ , la cual se actualiza en cada iteración multiplicando la constante  $R$ , la matriz de entrada  $B$  y la matriz  $P$  que resulta de la solución de la ecuación de Riccati 2.14, para posteriormente llevarla a su forma discreta, donde  $a_{h_{xx}}$  son los elementos de la matriz  $A_h$ .

$$\begin{aligned} a_{14} &= (L_m \cdot w_{rh} \cdot \text{polos}) / (\alpha \cdot L_s \cdot L_r); \quad a_{23} = -(L_m \cdot w_{rh} \cdot \text{polos}) / (\alpha \cdot L_s \cdot L_r); \\ a_{34} &= -w_{rh} \cdot \text{polos}; \quad a_{43} = w_{rh} \cdot \text{polos}; \\ A_h &= \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_{hk} &= \begin{bmatrix} 1+a_{11} \cdot dt & a_{12} \cdot dt & a_{13} \cdot dt & a_{14} \cdot dt \\ a_{21} \cdot dt & 1+a_{22} \cdot dt & a_{23} \cdot dt & a_{24} \cdot dt \\ a_{31} \cdot dt & a_{32} \cdot dt & 1+a_{33} \cdot dt & a_{34} \cdot dt \\ a_{41} \cdot dt & a_{42} \cdot dt & a_{43} \cdot dt & 1+a_{44} \cdot dt \end{bmatrix}; \end{aligned}$$

$$R = [1]; \quad P = \text{are}(A_h', B \cdot \text{inv}(R) \cdot B', Q); \quad L = P \cdot B;$$

$$B_h k = B_k;$$

$$l_{11} = L(1,1); l_{12} = L(1,2); l_{21} = L(2,1); l_{22} = L(2,2);$$

$$l_{31} = L(3,1); l_{32} = L(3,2); l_{41} = L(4,1); l_{42} = L(4,2);$$

$$L_k = \begin{bmatrix} l_{11} * dt & l_{12} * dt \\ l_{21} * dt & l_{22} * dt \\ l_{31} * dt & l_{32} * dt \\ l_{41} * dt & l_{42} * dt \end{bmatrix};$$

Por último, se actualizan los vectores de estado tanto del modelo teórico real (referencia) como del modelo observado. Es precisamente el mecanismo ajuste del modelo observado el producto entre la matriz de Luemberger  $L$  y la diferencia entre el vector de estado real y el observado. Luego de la ecuación candidata de Lyapunov 2.15 derivamos la ecuación de la velocidad 2.18, la cual la conforman las diferencias entre las corrientes y los flujos reales y observados (en los ejes de referencia  $\alpha$  y  $\beta$ ), y dos constantes:  $K_p$  proporcional y  $K_i$  integrativa. Finalmente la velocidad real se calcula de la ecuación 2.9, integrando la aceleración angular la cual depende del torque del motor eléctrico y del torque de la carga. A continuación se muestra la programación del cálculo final de este algoritmo..

$$x = A_k * x + B_k * [v_s(1,k) \ v_s(2,k)]';$$

$$x_h = A_h k * x_h + B_h k * [v_s(1,k) \ v_s(2,k)]' + L_k * (y - C * x_h);$$

$$e_{ias} = y(1,1) - x_h(1,1); \ e_{ibs} = y(2,1) - x_h(2,1);$$

$$dif1 = e_{ias} * x_h(4,1) - e_{ibs} * x_h(3,1);$$

$$integra\_1 = integra\_1 + dif1 * dt;$$

$$wrh = K_p * (dif1) + K_i * integra\_1;$$

$$T_e = polos * (x(3,1) * x(2,1) - x(4,1) * x(1,1)); \ \%T_l = 50 * torque\_q(k,1);$$

$$wp = (T_e - T_l) / J_m; \ wx = wx + wp * dt;$$

## **Capítulo 4**

# **SIMULACIÓN DEL ESTIMADOR DE VELOCIDAD DE UN MOTOR DE INDUCCIÓN EN UN VEHÍCULO ELÉCTRICO**

### **4.1. Introducción**

En el presente capítulo se presentarán los parámetros internos de un motor de inducción que será utilizado para las simulaciones, además las señales de voltaje a la cual será sometido este sistema para evaluar su comportamiento en diferentes condiciones de carga. Existe mucha reserva en la información técnica por parte de los principales fabricantes de automóviles eléctricos (muchas de estas investigaciones están patentadas), con lo cual acceder a juegos de parámetros internos típicos de un motor inducción utilizados en autos eléctricos resultó una tarea complicada. Como se refirió en el capítulo anterior, la estimación de los parámetros internos no es propósito de este trabajo de investigación por lo cual los valores serán tomados del trabajo de investigación de Staton y Gross (2017). Estos parámetros corresponden a un motor del modelo S de la marca Tesla de 193KW a 6,100rpm y de 330 Nm. Cabe señalar que el algoritmo presentado puede trabajar perfectamente en cualquier tipo de motor de inducción, siempre que se conozcan sus parámetros internos que permitan encontrar las ganancias que puedan sintonizar adecuadamente la estimación.

Antes de definir el torque al cual estará sometido el motor de inducción a distintas velocidades, se debería tener en cuenta las pérdidas presentes en las diferentes partes que componen la cadena cinemática típica de un auto eléctrico, el cual estará conformado por el mismo motor y el sistema de transmisión hacia las

ruedas motrices del vehículo (Ingemecánica, 2017). A manera de referencia, el modelo S de la marca Tesla posee un sistema de transmisión conformado únicamente por una caja reductora simple y el diferencial (Learn Engineering, 2017). Conociendo cada pérdida y el diámetro de las ruedas, se puede relacionar la velocidad de marcha del vehículo con la velocidad angular del motor. Para efectos de nuestra simulación, se probará la eficacia del algoritmo de estimación de velocidad angular tomando en cuenta únicamente el torque de la carga ante diferentes condiciones de conducción (aceleración, desaceleración, rampa ascendente, rampa descendente y pista libre), despreciando otro tipo de pérdida.

#### **4.2. Pruebas de Simulación**

Se estará sometiendo a este modelo a un patrón de velocidad o “Driving Cycles” planteado por el estándar europeo ECR R15 lo cual permitirá mostrar el grado de eficacia de dicho algoritmo. Este patrón considera la aceleración del vehículos desde cero (vehículo detenido) a tres diferentes velocidades: 50 rad/seg, 100 rad/seg y 180 rad/seg, manteniendo el vehículo a velocidad constante por 5 segundos y desacelerando hasta detenerlo antes de la siguiente velocidad. La amplitud y la frecuencia del voltaje a la cual se someterá el modelo serán establecidas acordes a las características del motor y al plan de conducción descrito en el presente párrafo. Los parámetros internos del motor serían los siguientes:

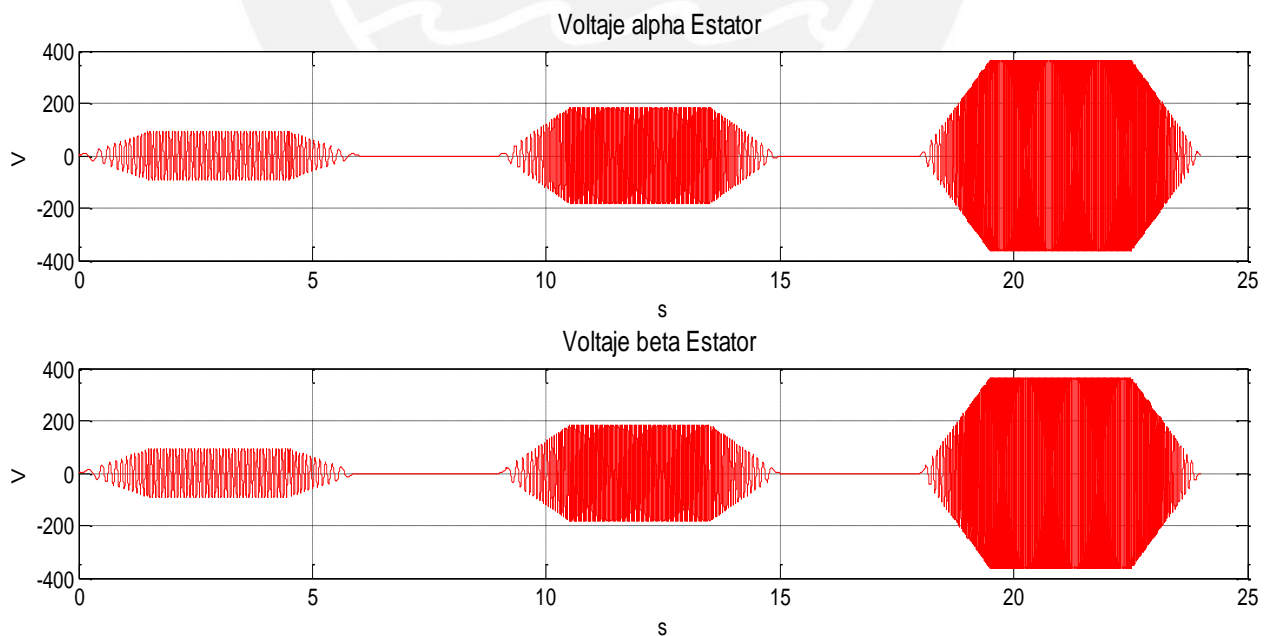
$$R_s=0.04224; L_s=0.001269;$$

$$R_r=0.04117; L_r=0.001932;$$

$$L_m=0.000911; \text{polos}=4/2$$

$$J_m=2.5;$$

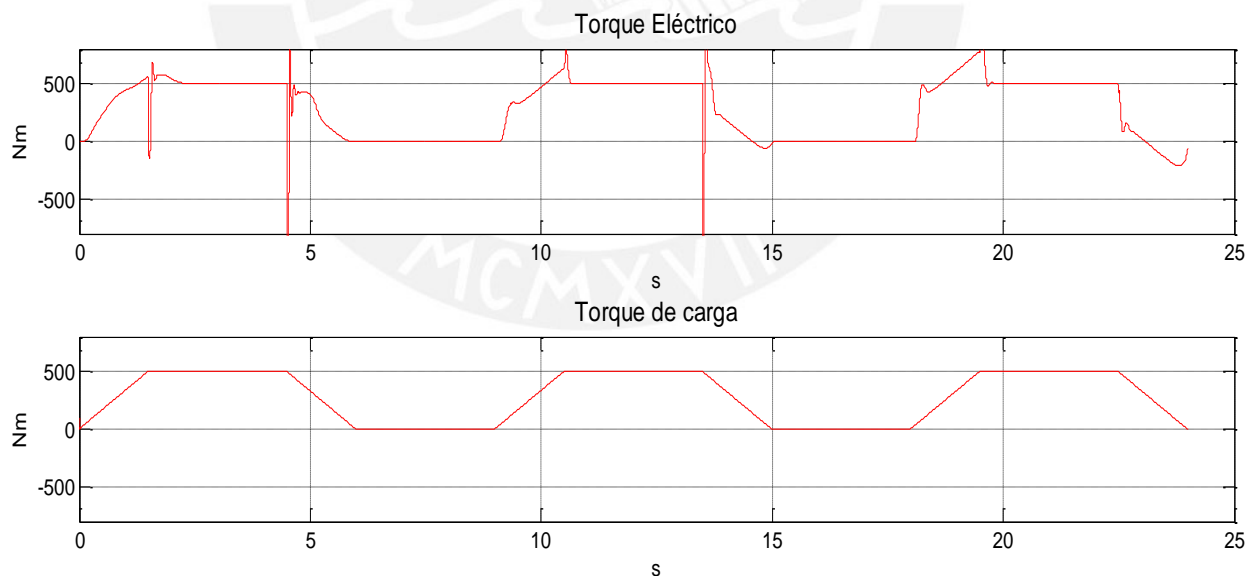
A través del voltaje de alimentación se logrará la aceleración, desaceleración, la marcha continua (variando la frecuencia) y además poder generar el torque necesario para manejar la carga (variando la amplitud). Para esta simulación se trabajará con la relación amplitud / frecuencia del voltaje de alimentación constante, condición que se da en los variadores de velocidad con control escalar. Mantener la relación voltaje / frecuencia constante permitirá que el motor desarrolle el máximo torque en todo momento (pues el flujo magnético sería el máximo), independientemente de la velocidad en la que se esté trabajando. Cabe indicar que en los variadores de velocidad con control vectorial esta relación no se mantiene necesariamente constante, pues estos tipos de variadores solo desarrollan el torque necesario para la carga momentánea, lo cual lo vuelve mucho más eficiente considerando que con ello se minimizan las pérdidas magnéticas (por histéresis y por efecto Eddy).



*Figura 7. Voltaje de alimentación (Alpha, Beta)*



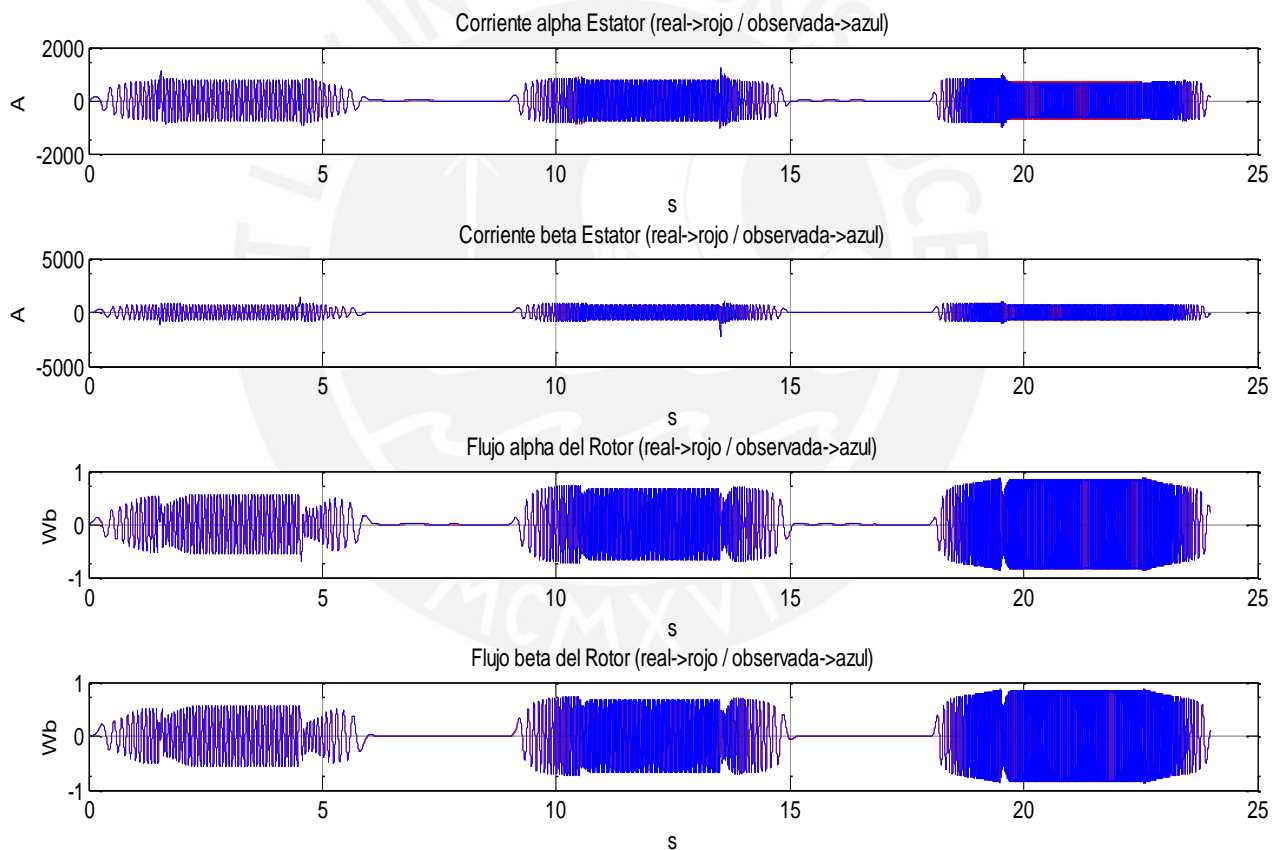
Como se puede apreciar en la figura 7, la amplitud del voltaje nominal del motor de inducción es 365 V, la frecuencia de placa es de 60 Hz y la potencia es de 193 KW, con 0.85 de factor de potencia. Se generó esta forma de voltaje para poder desarrollar el patrón de velocidad establecido por el estándar europeo ECR R15. Se inicia con la aceleración hasta llegar a la velocidad angular de 50 rad/seg durante 5 segundos. Luego se realizan las variaciones del voltaje para las velocidades de 100 rad/seg y 180 rad/seg. Simultáneamente sometemos al sistema a cargas externas que representan: subidas en pendientes, aumento de una carga constante (debido posiblemente a más peso que soporta el vehículo) y un incremento progresivo del par en relación cuadrática con la velocidad, como la ejercida por la resistencia aerodinámica a pesar de por el diseño de los vehículos modernos esta no es muy representativa, pero si permite evaluar la respuesta del algoritmo.



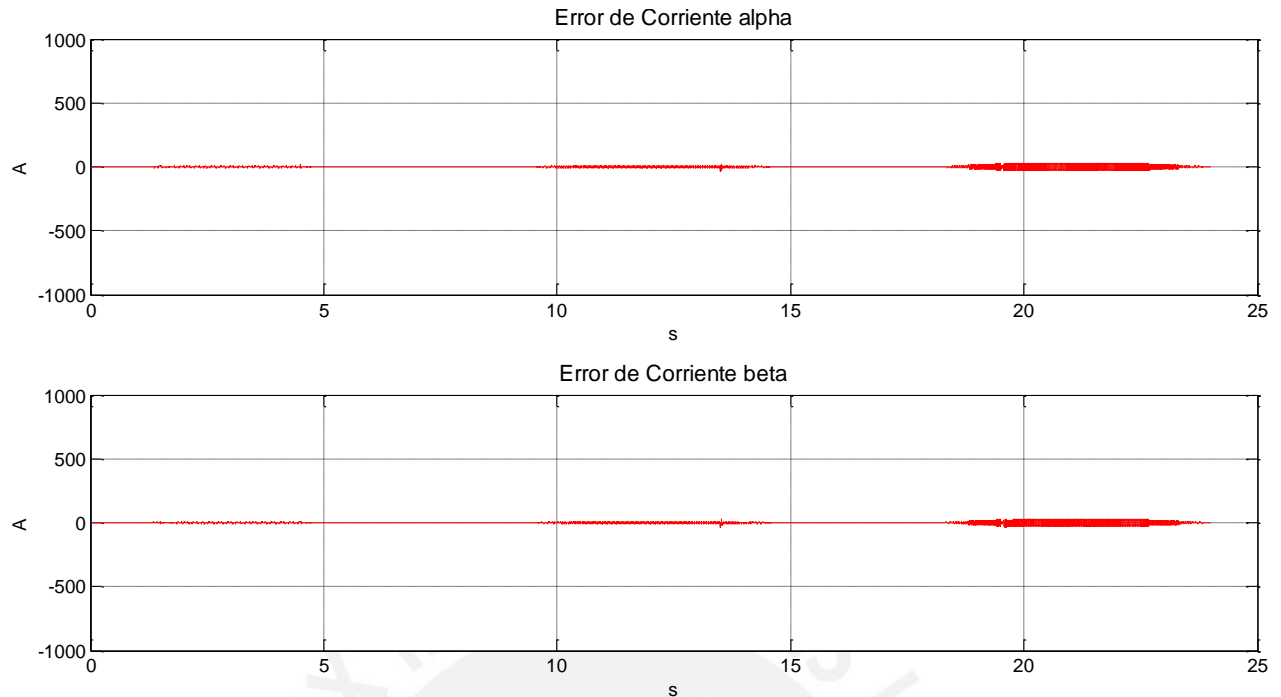
*Figura 8.* Torque del motor eléctrico y torque de carga

En la figura 8 se muestra el torque de la carga y el torque desarrollado por el motor, ambas curvas en unidades de N.m. Como se explicó en el párrafo anterior, el

torque de carga se ha simulado en base al comportamiento del vehículo en movimiento, mientras que el torque del motor es producto del cálculo de la ecuación 1.19. En la figura 9 se aprecia la corriente del estator y el flujo magnético del rotor, variables que resultan del voltaje aplicado al sistema. Ambas variables son estimadas (Observador de Luenberger), aunque la corriente también es medida y es precisamente la diferencia entre la corriente estimada y real la que sirve como mecanismo de ajuste para optimizar la estimación. En la figura 10 se puede observar el error entre la corriente estimada y la real.



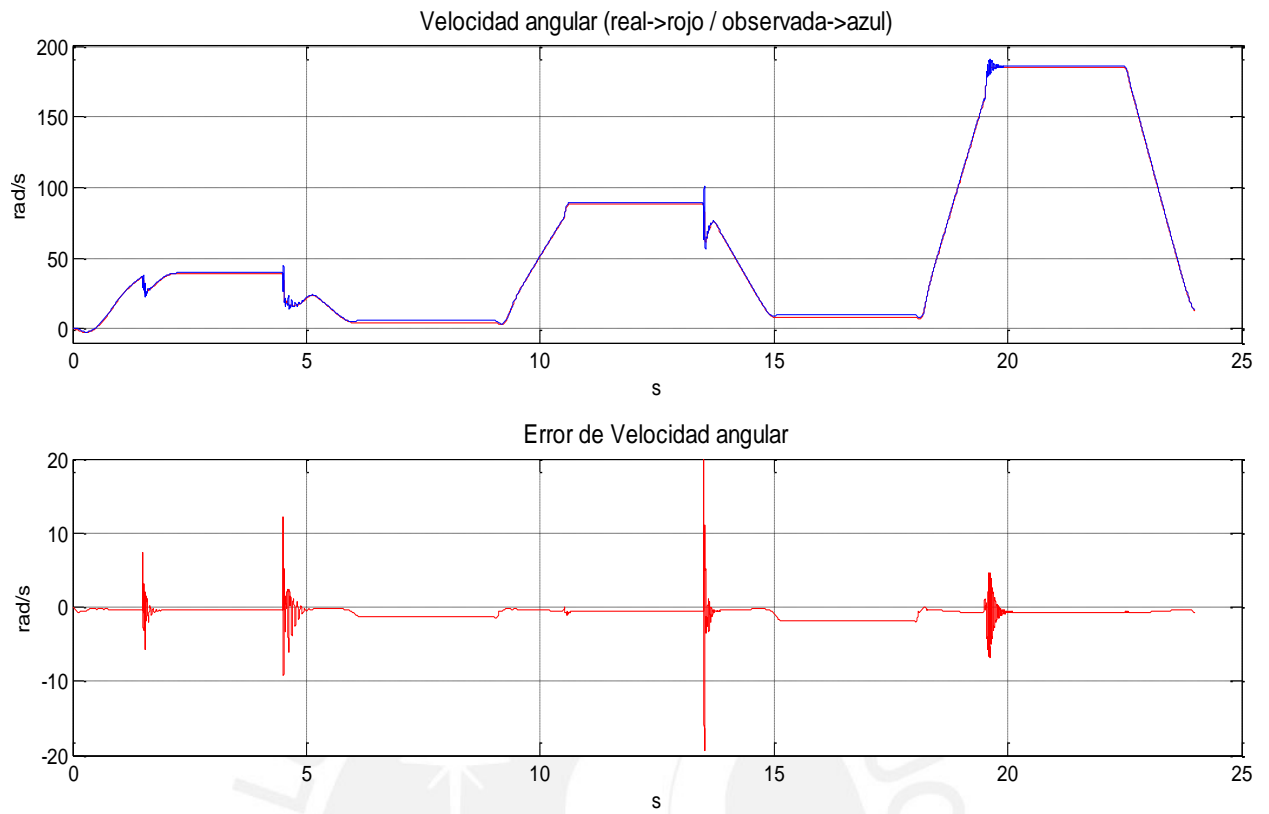
*Figura 9.* Corriente del estator y flujo del rotor, estimada y real (Alpha, Beta)



*Figura 10.* Error entre la corriente estimada y la real (Alpha, Beta)

#### **4.3. Análisis de Resultados**

Como resultado de haber implementado las metodologías basadas primero en un observador de Luenberger (para la estimación del flujo magnético del rotor y la corriente del estator) y luego con un sistema adaptativo basado en un modelo de referencia (MRAS), se logra estimar la velocidad angular del rotor. En la figura 11 se muestran las velocidades angulares observada en color azul y la velocidad real del motor en rojo, y el error resultante entre ambas señales. Como se puede apreciar en la gráfica, las señales se superponen adecuadamente y aparentan ser solo una señal. Es por ello que en la gráfica el error es muy cercano a cero en gran parte de la trayectoria (menor al 1%), salvo durante el instante del cambio de velocidad tanto en forma ascendente como en forma descendente. Este fenómeno es fácil de compensar con filtros digitales, pero no será motivo de este estudio ahondar en ello. El análisis de esta gráfica ha permitido verificar la eficacia del algoritmo planteado.



*Figura 11. Velocidad angular estimada y real*

## CONCLUSIONES

Se implementó una metodología eficiente para la estimación de la velocidad angular de un motor de inducción instalado en un vehículo eléctrico, la cual resulta en un error despreciable comparado con la velocidad real del vehículo.

Se realizó el modelado de un motor de inducción empleando en un vehículo eléctrico (Tesla modelo S) para lo cual se utilizó la representación de este motor en espacio-estado, siendo este un modelo multi-variable, no lineal y con efectos de acoplamiento interno. En base a este modelo, se realizó el diseño del observador de Luenberger para la estimación de las variables de estado del motor de inducción.

Se implementó para el motor seleccionado un sistema adaptativo basado en un modelo de referencia (MRAS) para la estimación de la velocidad angular del rotor, cuyos parámetros fueron ajustados aplicando teoría de estabilidad a través de una función candidata de Lyapunov.

En base a este estudio se demuestra que este algoritmo de estimación de la velocidad angular de un motor de inducción puede ser implementado sin inconvenientes en aplicaciones como en un vehículo eléctrico. En muchas otras investigaciones anteriores se probó su eficiencia en aplicaciones industriales como en bombas o compresores (Sabana, 2012). El reto estaría en calcular los parámetros internos del motor para que el modelamiento sea el más fidedigno posible.

## RECOMENDACIONES

En la actualidad existen muchos otros estudios para la estimación de la velocidad angular basados diversas metodologías, como los basados en métodos expertos (Ozer & Akin, 2001), (Kuchar, Brandstetter & Kaduch, 2004), los cuales estiman la velocidad utilizando redes neuronales. Otros estudios se basan en métodos adaptativos recursivos con especial atención en sistemas con presencia de ruido blanco (Shi, Chan, Wong & Ho, 2000), (Gunabalan, Subbiah, & Reddy, 2009), basados en el uso de un filtro Kalman. De todas estas metodologías revisadas se puede concluir que no existe alguna que cubra todas las exigencias presentadas en casos reales de estimación (Sabana, 2012).

Sin embargo, hay mecanismos que podrían ayudar a paliar algunas de las desventajas que muestran estos desarrollos (filtros realizados por hardware para ruidos en la medición de la corriente, procesadores de alto rendimiento DSP). Se recomienda que, sobre la base de los estudios referidos y la simulación presentada en el presente trabajo, seguir investigando sobre cómo mejorar la estimación y el control de la velocidad en general. Se debe tener en cuenta que en pocos años los vehículos eléctricos dominarán el mercado automotriz, lo cual implicará que aumente la demanda de profesionales que cuenten con conocimientos profundos de estos tipos de sistemas.

## BIBLIOGRAFÍA

- Astrom, K. & Wittenmark, B. (2008). *Adaptive Control* (2nd ed.). New York, NY: Dover Publications, Inc.
- Bose, B. (2002). *Modern Power Electronic and AC Drive*. New Jersey, NJ: Prentice-Hall PTR
- Gunabalan, R., Subbiah, V. & Reddy, B. (2009). Sensorless Control of Induction Motor with Extended Kalman Filter on TMS320F2812 Processor. *ACEEE, International Journal of Recent Trends in Engineering*, Vol. 2, No.5, November 2009, 14-19
- Ingemecánica. (2017). *La Potencia y el Par Motor, Estudio de la Cadena Cinemática, Estabilidad en los Vehículos*. Recuperado de <http://www.census.gov/ipc/www/idbsum.html>
- Kuchar, M., Brandstetter, P. & Kaduch, M. (2004). Sensorless Induction Motor Drive with Neural Network. *IEEE, 2004 35<sup>th</sup> Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference*, 3301–3305.
- Kuo, B. (1996). *Sistema de Control Automático* (7ma ed.). Juárez, México: Prentice-Hall PTR
- Learn Engineering. (Productor). (2017, mayo). *How does an Electric Car work?*. Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=3SAxXUIre28>
- Leonhard, W. (2008), *Control of Electrical Drives* (3ra ed.). Barcelona, España: Springer.
- Ogata, K. (2003). *Ingeniería de Control Moderna* (4ta ed.). Madrid, España: Pearson Educación S.A.
- Ogata, K. (1996). *Sistemas de Control en Tiempo Discreto* (2da. ed.). Madrid, España: Pearson Educación S.A.

- Ozer, B. & Akin, E. (2001). Artificial Neural Network based Speed Estimator for Vector Controlled Induction Motor. *ELECO 2001*, Bursa, Turkey
- Rodríguez, J. (2015, 11 de junio). ¿Qué hace la industria automotriz para ser verde? *AltoNivel*. Recuperado de <https://www.altonivel.com.mx/51545-3-nuevas-tendencias-en-industria-automotriz-de-mexico/>
- Sabana, J. (2012). *Métodos de estimación de velocidad en motores de inducción controlados vectorialmente* (Tesis de maestría), Pontifica Universidad Católica del Perú, Lima, Perú.
- Sabana, J. & Morán, A. (2012). Análisis Comparativo entre Metodologías de Estimación de Velocidad en Motores de Inducción Controlados Vectorialmente. *XV Congreso Latinoamericano de Control Automático*. Lima, Perú.
- Sbita, L. & Ben Hamed, M. (2007, Mayo). An MRAS - based full Order Luenberger Observer for Sensorless DRFOC of Induction Motor. *ICGST-ACSE Journal*, 7(1), 11-20.
- Shi, K., Chan, T., Wong, Y. & Ho, S. (2000). Speed Estimation of an Induction Motor Drive using Extended Kalman Filter. *IEEE, Power Engineering Society Winter Meeting, 2000 IEEE*.
- Staton, D. & Goss, J. (2017). Open Source Electric Motor Models for Commercial EV& Hybrid Traction Motors. *Coil, Winding, Electric Motor & Transformer Manufacturin 2017*. Berlin, Alemania.
- Vernavá, A., Gibbons, R., Nachez, M. & Arias, M. (2008). *Control Vectorial del Motor Asíncrono*. Universidad Nacional del Rosario. Recuperado de [http://potencia.eie.fceia.unr.edu.ar/CONTROL%20 VECTORIAL.pdf](http://potencia.eie.fceia.unr.edu.ar/CONTROL%20VECTORIAL.pdf)